

Anisotropic warm inflation

Ann Nakato

Kobe university Cosmology group

Ref. Sugumi Kanno, **Ann Nakato**, Jiro Soda, Kazushige Ueda, [[arXiv:2209.05776](https://arxiv.org/abs/2209.05776)]

Contents

1. Background

- o Cosmic no-hair theorem

- o Anisotropic inflation

- o Warm inflation

2. Motivation

3. Anisotropic warm inflation

- o Dynamical system approach

4. Summary

5. Next step

Cosmic no-hair theorem

[Wald'1983]

正の宇宙項 Λ による指数関数的な加速膨張は
全てを洗い流してしまう

1. **the energy density of ordinary matter** vanish
2. **anisotropy of the spacetime** vanish
3. **spatial curvature** vanish

Counterexample of “cosmic no-hair theorem”

Anisotropic inflation

[Watanabe-Kanno-Soda'09]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_{\text{pl}}^2}{2} R - \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - V(\phi) - \frac{1}{4} f^2(\phi) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right]$$

- U(1) ゲージ場とのカップリングを考えると、dynamicalな宇宙項により anisotropic universe になる
- Anisotropic inflation は統計的な非等方性を予測する

Counterexample of “cosmic no-hair theorem”

Warm inflation

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_{\text{pl}}^2}{2} R - \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - V(\phi) + \underline{\mathcal{L}_{\text{free}}(\psi_{\text{matter}}) + \mathcal{L}_{\text{int}}(\phi, \psi_{\text{matter}})} \right]$$

- Inflatonと matter field との相互作用により、インフレーション中に inflaton が matter に崩壊する。インフレーション後の reheating を考える必要がなくなる可能性がある
- Inflaton potential に対する thermal correction により、slow-roll condition が破れるという指摘がされた* が、axion inflation の shift symmetry などと考えると防ぐことができる**と報告されている

*[Yokoyama-Linde'1999]

**[Berghaus, Graham, Kaplan'2020]

Motivation

Counterexample of cosmic no-hair conjectureを考えると

	Isotropy	Anisotropy
Cold (No dissipation)	○ Standard inflation	○ Anisotropic inflation
Warm (dissipation)	○ Warm inflation	?

→ **anisotropic warm inflation** が起こるかどうかを調べた

Review of warm inflation set up

[Berghaus-Graham-Kaplan'20]

Warm inflation set up

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_{\text{pl}}^2}{2} R - \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - V(\phi) + \mathcal{L}_{\text{free}}(\psi_{\text{matter}}) + \mathcal{L}_{\text{int}}(\phi, \psi_{\text{matter}}) \right]$$

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \delta_{ij} dx^i dx^j$$

Basic equation

$$\ddot{\phi} + 3H(1 + \underline{Q})\dot{\phi} + V'(\phi) = 0$$

$$H^2 = \frac{1}{3M_{\text{pl}}^2} \left(V(\phi) + \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \underline{\rho_R} \right)$$

ρ_R Radiation by inflaton decay

$$\Upsilon = 3HQ$$

$$\dot{\rho}_R + 4H\rho_R = \underline{\Upsilon}\dot{\phi}^2$$

- 一般に matter とのカップリング項を直接解くことは難しいので、Inflaton の崩壊による dissipation 項を“Q”で導入する
- 一般には Q はインフラトン場や温度などに依存しているが、簡単のため定数とする

Anisotropic warm inflation set up

Anisotropic warm inflation set up

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_{\text{pl}}^2}{2} R - \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - V(\phi) - \underbrace{\frac{1}{4} f^2(\phi) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}_{\text{Gauge field}} + \underbrace{\mathcal{L}_{\text{free}}(\psi_{\text{matter}}) + \mathcal{L}_{\text{int}}(\phi, \psi_{\text{matter}})}_{\text{Ordinary matter field}} \right]$$

$$ds^2 = -dt^2 + e^{2\alpha(t)} \left[\underbrace{e^{-4\sigma(t)}}_{\text{anisotropy}} dx^2 + \underbrace{e^{2\sigma(t)}}_{\text{isotropy}} (dy^2 + dz^2) \right]$$

Gauge kinetic function

$$f(\phi) = \exp \left[\frac{2c}{M_{\text{pl}}^2} \int \frac{V}{V'} d\phi \right] \quad c: \text{Coupling constant of gauge field}$$

- ゲージ固定 $A_0 = 0$
- $A_\mu = (0, A(t), 0, 0)$ とし、インフレーション中は方向が変わらないことを仮定する
→ 計量の X 軸方向に anisotropy を追加

Anisotropic warm inflation における anisotropy の成長

Basic equation を解くと、 $c > 1 + Q$ の条件下で anisotropy が存在することがわかった

Degree of anisotropy は

$$\frac{\Sigma}{H} \equiv \frac{\dot{\sigma}}{\dot{\alpha}} = \frac{2}{3} \frac{\rho_A}{V(\phi)} \xrightarrow{\alpha \rightarrow \infty} \frac{1}{3} \frac{(c-1-Q)(1+Q)}{c^2} \epsilon_V$$

$\dot{\sigma}$ Expansion rate of anisotropy
 $\dot{\alpha}$ Hubble parameter

Anisotropy が成長できる条件は

No dissipation $Q=0$

$$c > 1$$

Dissipation $Q \neq 0$

$$c > 1 + Q$$

c : Coupling constant of gauge field

→ anisotropy が成長できる条件が dissipation の存在により厳しくなった

Dynamical system approach for power-law potential

dimensionless variables

$$X = \frac{\dot{\sigma}}{\dot{\alpha}} \quad Y = \frac{1}{M_{\text{pl}}} \frac{\dot{\phi}}{\dot{\alpha}} \quad Z = p_A \frac{f^{-1}(\phi)}{M_{\text{pl}} \dot{\alpha}} e^{-2\alpha-2\sigma} \quad W = \frac{\rho_R}{M_{\text{pl}}^2 \dot{\alpha}^2}$$

Anisotropy

velocity of Inflaton

Energy density of gauge field

Energy density of radiation

power-law potential

$$V(\phi) = V_0 \exp \left[\lambda \frac{\phi}{M_{\text{pl}}} \right] \quad f(\phi) = f_0 \exp \left[\kappa \frac{\phi}{M_{\text{pl}}} \right] \quad \kappa = \frac{2c}{\lambda}$$

Dynamical system approach for power-law potential

Basic equation

X Anisotropy
Y Velocity of Inflaton
Z Energy density of gauge field
W Energy density of radiation

$$\frac{dX}{d\alpha} = \frac{1}{3}Z^2(X+1) + X\left[3(X^2-1) + \frac{1}{2}Y^2 + \frac{2}{3}W\right]$$

$$\frac{dY}{d\alpha} = \kappa Z^2 + \lambda\left[3(X^2-1) + \frac{1}{2}Y^2 + \frac{1}{2}Z^2 + W\right] + Y\left[-3(1+Q) + 3X^2 + \frac{1}{2}Y^2 + \frac{1}{3}Z^2 + \frac{2}{3}W\right]$$

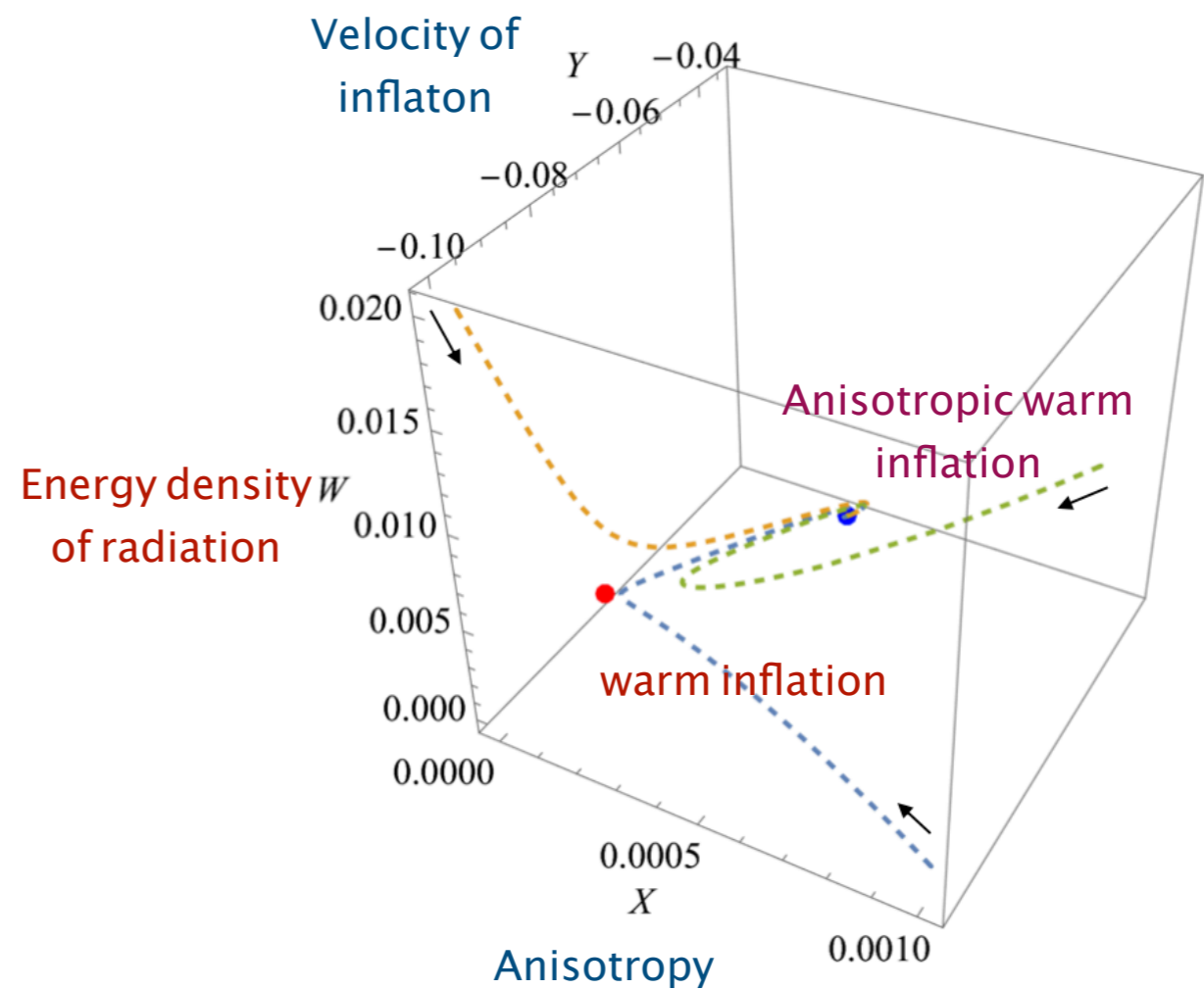
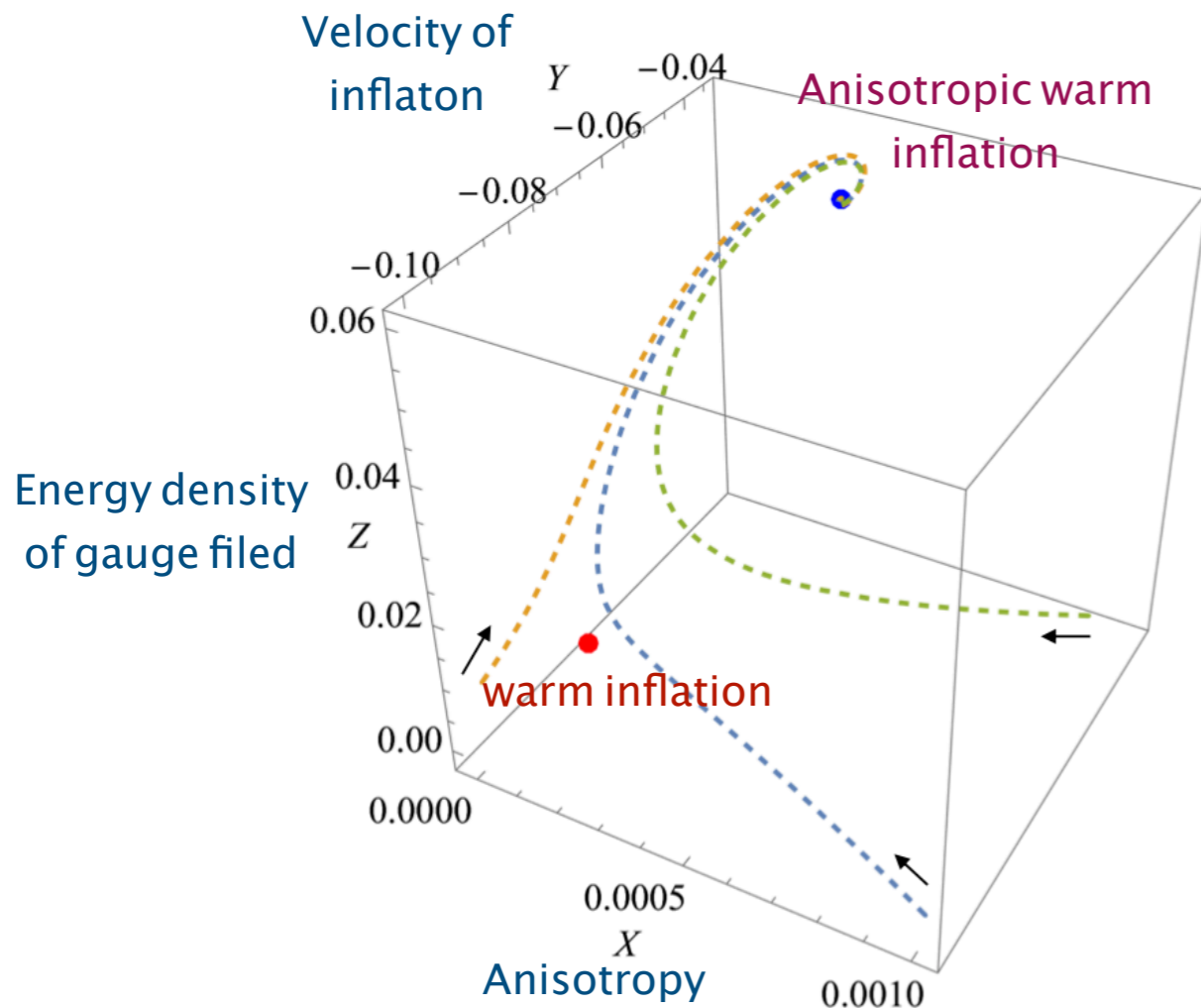
$$\frac{dZ}{d\alpha} = Z\left[-\kappa Y - 2(X+1) + 3X^2 + \frac{1}{2}Y^2 + \frac{1}{3}Z^2 + \frac{2}{3}W\right]$$

$$\frac{dW}{d\alpha} = 3QY^2 - 4W + 6WX^2 + WY^2 + \frac{2}{3}WZ^2 + \frac{4}{3}W^2$$

→2つの固定点が得られた (warm inflation と anisotropic warm inflation)

Phase structure of anisotropic warm inflation under $c > 1 + Q$

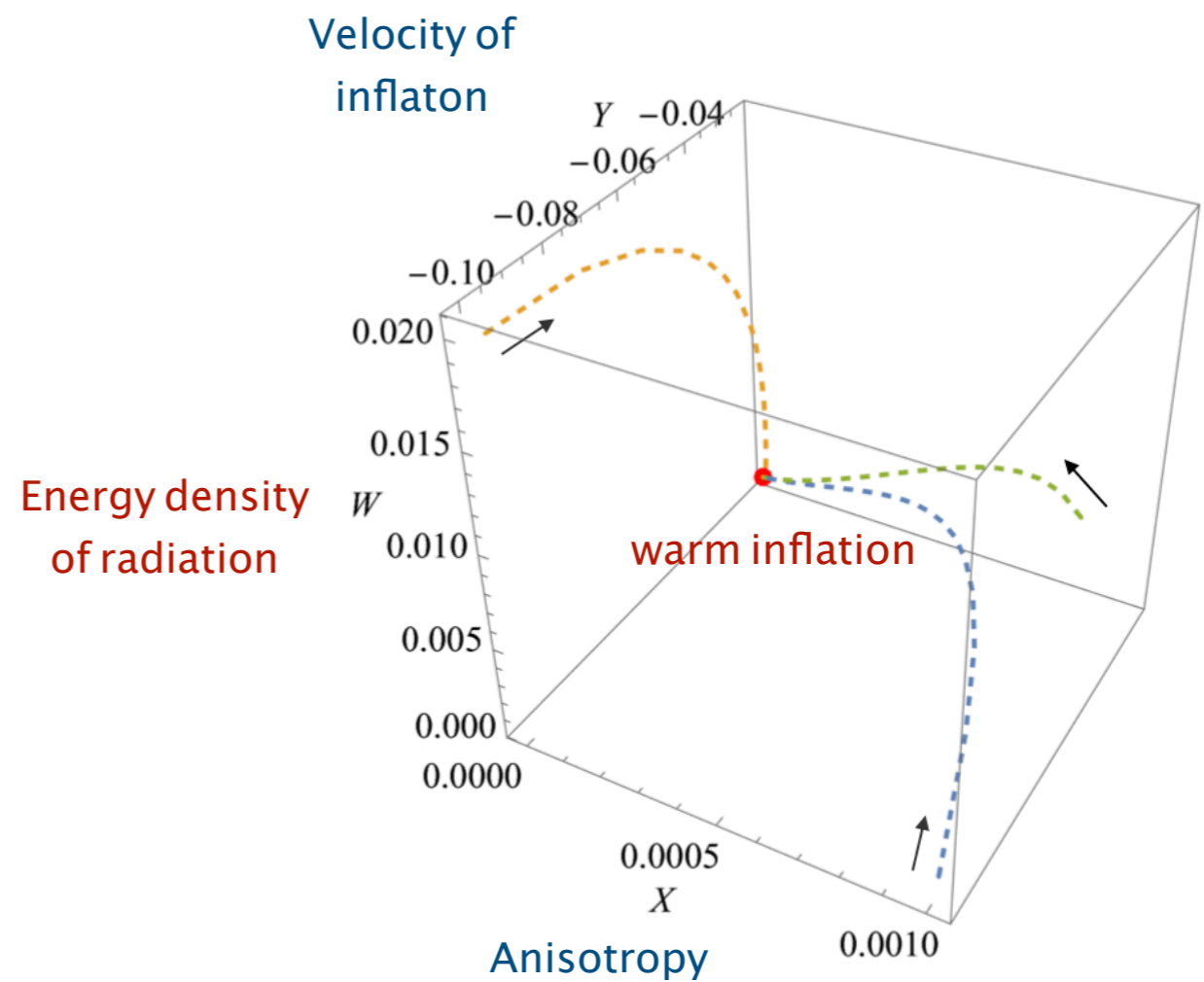
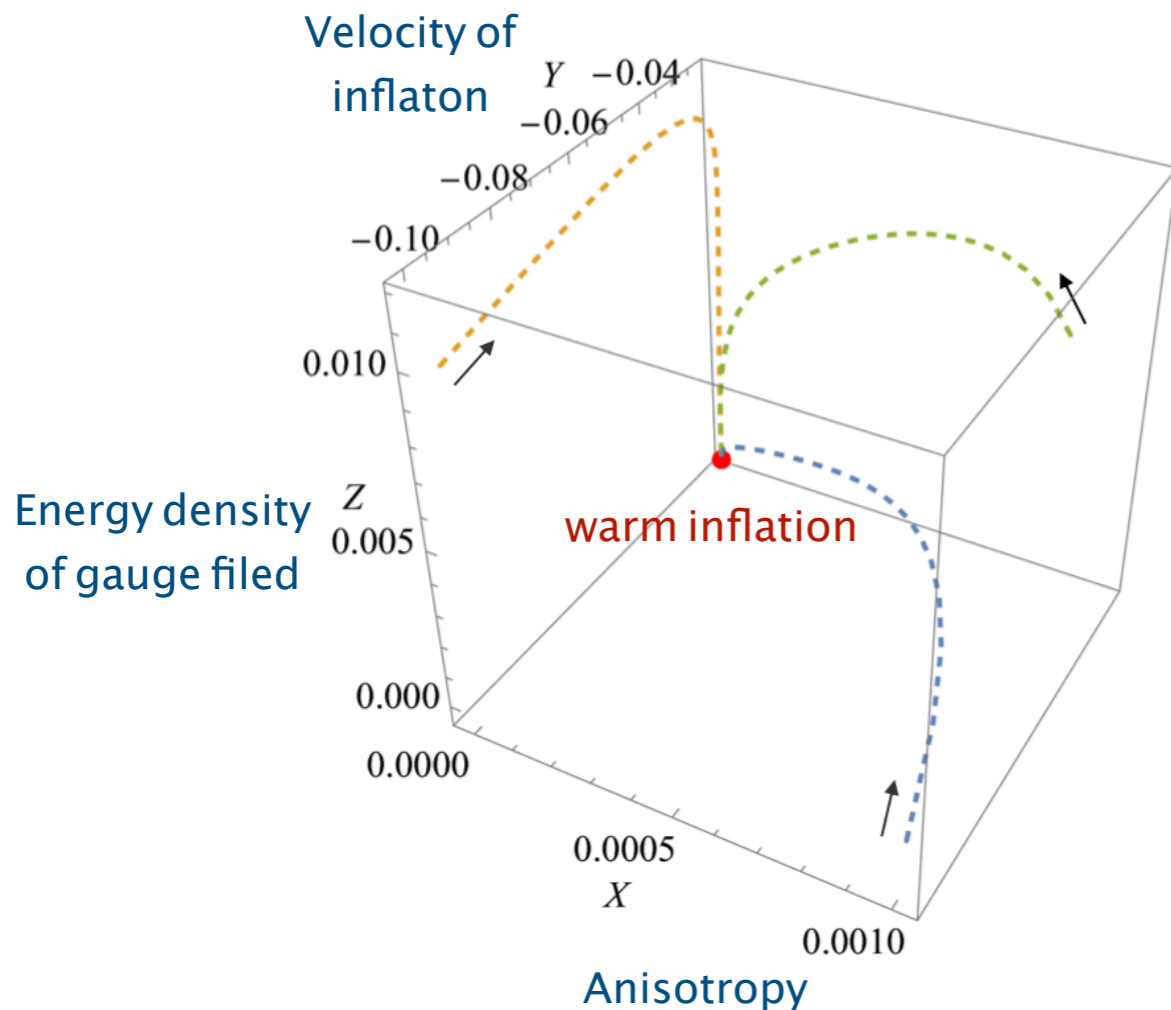
Dissipation : $Q=0.3$
Gauge field : $\kappa=50$
Inflaton potential : $\lambda=0.1$



- まず warm inflation が現れ、その後に anisotropic warm inflation が現れる
- Inflation の期間が十分に長ければ、anisotropic warm inflation が現れる

Phase structure of **anisotropic warm inflation** with large dissipation under $c < 1 + Q$

Dissipation : $Q=3$
Gauge field : $\kappa=50$
Inflaton potential $\lambda=0.1$



- anisotropic warm inflationの固定点がなくなった
- Warm inflationがattractorとなった
- dissipation が大きいと anisotropyが見られないことがわかった

Summary

	Isotropy	Anisotropy
Cold (No dissipation)	○ Standard inflation	○ Anisotropic inflation $c > 1$
Warm (dissipation)	○ Warm inflation	△ Anisotropic warm inflation $c > 1 + Q$

位相空間の解析により、インフラトンの崩壊の強さが

$$c > 1 + Q$$

Very weak

Anisotropy がみられる

weak

インフレーション期間で anisotropy が成長するのが難しい可能性がある

$$c < 1 + Q$$

Strong

Anisotropy は成長しない

Next step

- In this paper, we assumed the dissipation Q is constant. In general, the dissipation depends on the inflaton field, temperature and the mass of the inflaton field. It would be worth investigating more realistic models in detail
- Particle production during inflation produces a thermal bath. Therefore, the effect of thermal fluctuations should remain in the CMB on the top of the quantum fluctuations. So the spectrum of fluctuations should be calculated in future

End